

ÇALIŞMA SORULARI-3

1. Aşağıda ikinci merteye lineer homojen bir denklem ile birlikte, y_1 ve y_2 gibi iki fonksiyon ve iki başlangıç şartı verilmektedir. y_1 ve y_2 fonksiyonlarının verilen denklemi sağladığını gösteriniz ve ayrıca denklemin verilen başlangıç şartlarını sağlayan $y = c_1y_1 + c_2y_2$ biçiminde bir özel çözümünü bulunuz.

- $y'' - 9y = 0; y_1 = e^{3x}, y_2 = e^{-3x}; y(0) = -1, y'(0) = 15$
- $y'' + y' = 0; y_1 = 1, y_2 = e^{-x}; y(0) = -2, y'(0) = 8$
- $y'' + 2y' + y = 0; y_1 = e^{-x}, y_2 = xe^{-x}; y(0) = 2, y'(0) = -1$
- $y'' + 6y' + 13y = 0; y_1 = e^{-3x} \cos 2x, y_2 = e^{-3x} \sin 2x; y(0) = 2, y'(0) = 0$
- $x^2y'' + xy' + y = 0; y_1 = \cos(\ln x), y_2 = \sin(\ln x); y(1) = 2, y'(1) = 3$

2. Aşağıdaki diferansiyel denklemlerin genel çözümlerini bulunuz.

- $2y'' - 3y' = 0$
- $y'' + 6y' + 9y = 0$
- $y'' - 6y' + 13y = 0$
- $y'' + 8y' + 25y = 0$
- $y^{(4)} = 16y$
- $y^{(4)} + 18y'' + 81y = 0$
- $y^{(4)} + 3y'' - 4y = 0$
- $y^{(3)} + y'' - y' - y = 0$
- $y^{(4)} + y^{(3)} - 3y'' - 5y' - 2y = 0$

3. Aşağıdaki başlangıç değer problemlerini çözünüz.

- $9y'' + 6y' + 4y = 0; y(0) = 3, y'(0) = 4$
- $y'' - 6y' + 25y = 0; y(0) = 3, y'(0) = 1$
- $2y^{(3)} - 3y'' - 2y' = 0; y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 3$
- $2y^{(3)} + 2y'' = 0; y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = 1$

4. Bir özel çözümü $y_1(x) = e^{5x}$ olan

$$y^{(3)} - 5y'' + 100y' - 500y = 0;$$
$$y(0) = 0, y'(0) = 10, y''(0) = 250$$

başlangıç-değer problemini çözünüz.

5. Verilen denklemlerin $y_p(x)$ özel çözümlerini bulunuz.

a. $y'' + 16y = e^{3x}$

b. $y'' - 4y = \sinh x$ (ipucu: $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$)

c. $2y'' + 4y' + 7y = x^2$

d. $y^{(5)} + 5y^{(4)} - y = 17$

e. $y^{(4)} - 2y'' + y = xe^x$

f. $y'' - 4y = \cosh 2x$ (ipucu: $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$)

g. $y^{(5)} + 2y^{(3)} + 2y'' = 3x^2 - 1$

h. $y^{(3)} - y = e^x + 7$

6. Verilen denklemlerin $y_p(x)$ özel çözümlerinin uygun formlarını oluşturunuz fakat katsayılarının değerlerini bulmayınız.

a. $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x$

b. $y^{(5)} - y^{(3)} = e^x + 2x^2 - 5$

c. $y^{(3)} + 3y' + 2y = x(e^{-x} - e^{-2x})$

d. $y'' - 6y' + 13y = xe^{3x} \sin 2x$

e. $y^{(4)} + 5y'' + 4y = \sin x + \cos 2x$

f. $y^{(4)} - 2y'' + y = x^2 \cos x$

7. $y^{(4)} - y^{(3)} - y'' - y' - 2y = 8x^5$ denkleminin bir özel çözümünü bulunuz.

8. 7. sorudaki denklemi ve $y(0) = y'(0) = y''(0) = y^{(3)}(0)$ başlangıç koşullarını kullanarak, başlangıç-değer problemini çözünüz.

9. $(D^2 + 9)^2 (D^2 - 4)^3 y = x(\cos 3x + e^x)$ diferansiyel denklemini çözünüz.

10. $x^2 y'' + 3xy' + y = 0; x > 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümü $y_1(x) = x^{-1}$ olarak veriliyor. Mertebe düşürme yöntemiyle, y_1 ile lineer bağımsız ikinci bir çözüm bulunuz. (ipucu: $y_2(x) = u(x)y_1(x)$)

11. Aşağıdaki diferansiyel denklemleri çözünüz.

a. $z'' - 4z' + 4z = \frac{e^{2t} \ln t}{t}$

b. $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 4 \cos x + \sin x$

c. $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$

12. Aşağıda verilen başlangıç-değer problemlerini çözünüz.

a. $y'' + 4y = 2x; y(0) = 1, y'(0) = 2$

b. $y'' + 9y = \sin 2x; y(0) = 1, y'(0) = 0$

c. $y'' + y = \cos x; y(0) = 1, y'(0) = -1$

d. $y^{(4)} - 4y'' = x^2; y(0) = y'(0) = 1, y''(0) = y^{(3)}(0) = -1$

e. $y^{(3)} + y'' = x + e^{-x}; y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 1$

13. Parametrelerin değişimi yöntemini kullanarak verilen diferensiyel denklemlerin özel çözümlerini bulunuz.

a. $y'' + 3y' + 2y = 4e^x$

b. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$

c. $y'' + 4y = \cos 3x$

d. $y'' + y = \csc^2 x$

e. $y'' + y = \cot x$

f. $y'' + y = \sec x$

g. $y'' + y = \tan x \sec x$

h. $y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{x^3}$

i. $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{x}$

j. $y'' - 2y' + y = x \ln x \quad (x > 0)$

k. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$

l. $y'' + y = \tan^3 x$

m. $y'' + y = \frac{1}{1 + \sin x}$

14. Aşağıda verilen Cauchy-Euler denklemlerini çözünüz.

a. $x^2 y'' - 3xy' + 3y = 0$

b. $4x^2 y'' - 4xy' + 3y = 0$

- c. $x^2 y'' + xy' + 9y = 0$
- d. $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 4x - 6$
- e. $x^2 y'' - 5xy' + 8y = 2x^3$
- f. $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 4 \ln x$
- g. $x^2 y'' + xy' + 4y = 2x \ln x$
- h. $x^2 y'' + xy' + y = 4 \sin(\ln x)$
- i. $x^2 y'' - 2xy' - 10y = 0; y(1) = 5, y'(1) = 4$
- j. $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0; y(2) = 0, y'(2) = 4$
- k. $x^2 y'' - 2y = 4x - 8; y(1) = 4, y'(1) = -1$
- l. $x^2 y'' + 2xy' - 6y = 10x^2; y(1) = 1, y'(1) = -6$
- m. $x^2 y'' - 6y = \ln x; y(1) = \frac{1}{6}, y'(1) = -\frac{1}{6}$
- n. $x^2 y'' - 5xy' + 8y = 2x^3; y(2) = 0, y'(2) = -8$