

ÇALIŞMA SORULARI-2

1. Aşağıdaki katsayı matrisi ve sağ taraf vektörü verilen $Ax = b$ lineer denklem sistemlerini Gauss eliminasyon (satırca eşelon veya satırca indirgenmiş eşelon form) ile çözünüz.

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -4 \\ -3 & -2 & 4 \\ 6 & 1 & -8 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & -4 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 3 & k \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor. k nin hangi değeri(leri) için $AB = BA$ dir.

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ve $AB = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 6 & -9 & 3 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor. B nin birinci ve ikinci sütunlarını bulunuz.

4. Aşağıdaki matrislerin terslerini (varsa) bulunuz.

a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -7 & -5 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 3 & 2/7 \\ -7 & -1/3 \end{bmatrix}$

5. Kabul edelim ki P tersinir bir matris ve $A = PBP^{-1}$. B 'yi A cinsinden çözünüz.

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ matrisi ve $x = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ vektörü veriliyor. $(Ax)^T$, $x^T A^T$, xx^T ve $x^T x$ leri hesaplayınız.

7. Verilen denklem sistemlerinin ilaveli matrislerini bulunuz.

$$3x_1 - 2x_2 = -1$$

a. $4x_1 + 5x_2 = 3$

$$7x_1 + 3x_2 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 = 1$$

b. $3x_2 + x_3 - x_5 = 2$

$$x_3 + 7x_4 = 1$$

$$2x_1 + 2x_3 = 1$$

c. $3x_1 - x_2 + 4x_3 = 7$

$$6x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

8.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 - 3x_6 = -1 \\ 5x_3 + 10x_4 + 15x_6 = 5 \\ 2x_1 + 6x_2 + 8x_4 + 4x_5 + 18x_6 = 6 \end{cases}$$
 denklem sistemini Gauss-Jordan yok etme metodu (satırca indirgenmiş eşelon form) ile çözünüz.

9.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 - 3x_6 = 0 \\ 5x_3 + 10x_4 + 15x_6 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 8x_4 + 4x_5 + 18x_6 = 0 \end{cases}$$
 homojen denklem sistemini Gauss-Jordan yok etme metodu (satırca indirgenmiş eşelon form) ile çözünüz.

10. Aşağıdaki matrisleri ele alalım.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Aşağıda her bir şıkta verilen ifadeyi yukarıda verilen matrisler için (mümkünse) hesaplayınız.

a. $D + E$

b. $2B - C$

c. $-3(D + 2E)$

d. $\frac{1}{2}C^T - \frac{1}{4}A$

e. $(2E^T - 3D^T)^T$

f. $(CD)E$

g. CC^T

- h. $(C^T B)A^T$
- i. $(AB)C$
- j. $(BA^T - 2C)^T$
- k. $B^T(CC^T - A^T A)$
- l. $(2D^T - E)A$
- m. $D^T E^T - (ED)^T$
- n. $(D - E)^T$
- o. $C(BA)$

11. $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ matrisinin tersini bulunuz.

12. $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) & \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \\ \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) & \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \end{bmatrix}$ matrisinin tersini bulunuz.

13. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi için, aşağıdakileri hesaplayınız.

- a. A^3
- b. A^{-3}
- c. $A^2 - 2A + I$ (I birim matris)

14. Aşağıdaki ifadeleri sadeleştiriniz.

- a. $(AB)^{-1}(AC^{-1})(D^{-1}C^{-1})^{-1}D^{-1}$
- b. $(AC^{-1})^{-1}(AC^{-1})(AC^{-1})^{-1}AD^{-1}$

15. Eğer $p(x) = x^2 - (a+d)x + (ad - bc)$ ve $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ise $p(A) = 0$ olduğunu gösteriniz.

16. Bir A kare matrisine, $A^2 = A$ ise **idempotent** denir. A idempotent ise $I - A$ nında idempotent olduğunu gösteriniz. (I birim matris)

17. $p(x) = x^2 - 2x - 3$ ve $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ olmak üzere, $p(A)$ 'yı bulunuz.