ÇALIŞMA SORULARI-1

1. Verilen her bir fonksiyonun verilen diferensiyel denklemin bir çözümü olduğunu yerine koyarak gerçekleyiniz.

a. $y'' - 9y = 0;\ \ y_1 = e^{3x}, y_2 = e^{-3x}$

b. $y'' - 2y' + 2y = 0;\ \ y_1 = e^{x}\cos x, y_2 = e^{-x}\sin x$

c. $x^2 y'' + 5xy' + 4y = 0;\ \ y_1 = \dfrac{1}{x^2}, y_2 = \dfrac{\ln x}{x^2}$

d. $y' + 2xy^2 = 0;\ \ y = \dfrac{1}{1+x^2}$

e. $x^2 y'' + xy' - y = \ln x;\ \ y_1 = x - \ln x, y_2 = \dfrac{1}{x} - \ln x$

2. Verilen diferensiyel denklemi ve verilen başlangıç koşulunu sağlayan bir $y = f(x)$ fonksiyonu bulunuz.

a. $\dfrac{dy}{dx} = (x-2)^2;\ y(2) = 1$

b. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}};\ y(2) = -1$

c. $\dfrac{dy}{dx} = x\sqrt{x^2+9};\ y(-4) = 0$

d. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2+1};\ y(0) = 0$

e. $\dfrac{dy}{dx} = \cos 2x;\ y(0) = 1$

3. Başlangıç değer problemlerinin açık çözümlerini bulunuz. (İpucu: Değişkenlerine ayrılabilir)

a. $\dfrac{dy}{dx} = 3x^2(y^2+1);\ y(0) = 1$

b. $(\tan x)\dfrac{dy}{dx} = y;\ y(\frac{1}{2}\pi) = \frac{1}{2}\pi$

c. $x\dfrac{dy}{dx} - y = 2x^2 y;\ y(1) = 1$

d. $\dfrac{dy}{dx} = 2xy^2 + 3x^2y^2;\ y(1) = -1$

4. Diferensiyel denklemlerin (Değişkenlerine ayrılabilir) genel çözümlerini (gerekliyse kapalı, uygunsa açık) bulunuz.

a. $\dfrac{dy}{dx} = 2x\sec y$

b. $y^3\dfrac{dy}{dx} = \left(y^4+1\right)\cos x$

c. $x^2\dfrac{dy}{dx} = 1 - x^2 + y^2 - x^2y^2$

d. $x\dfrac{dv}{dx} = \dfrac{1-4v^2}{3v}$

e. $y^{-1}dy + ye^{\cos x}\sin x\,dx = 0$

f. $\left(x + xy^2\right)dx + e^{x^2}y\,dy = 0$

g. $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{t}{xe^{t+2x}}$

5. Verilen birinci mertebe lineer diferensiyel denklemlerin genel çözümlerini bulunuz. Eğer bir başlangıç koşulu verilmişse, bir özel çözümünü bulunuz.

a. $\frac{1}{x}\frac{dy}{dx}-\frac{2y}{x^2}=x\cos x,\ x>0$ (C: $y=x^2\sin x+Cx^2$)

b. $t^2\frac{dx}{dt}+3tx=t^4\ln t+1\ ;\ x(1)=0$ (C: $x=\frac{t^3}{6}\ln t-\frac{t^3}{36}+\frac{1}{2t}-\frac{17}{36t^3}$)

c. $\sin x\frac{dy}{dx}+y\cos x=x\sin x;\ y(\frac{\pi}{2})=2$

d. $x\frac{dv}{dx}+3v+2x=3x^2;\ v(1)=1$

e. $x\frac{dy}{dx}+3(y+x^2)=\frac{\sin x}{x}$

f. $\left(1-x^2\right)\frac{dy}{dx}-x^2y=\left(1+x\right)\sqrt{1-x^2}$

g. $\left(x^2+1\right)\frac{dy}{dx}+xy-x=0,$ (C: $y=1+C\left(x^2+1\right)^{-1/2}$)

6. Verilen diferensiyel denklemlerin tam olduğunu gerçekleyiniz ve sonra çözünüz.

a. $\left(1+e^xy+xe^xy\right)dx+\left(xe^x+2\right)dy=0$ (C: $F(x,y)=\ xe^xy+2y+x=C$)

b. $\left(2xy-\sec^2 x\right)dx+\left(x^2+2y\right)dy=0$ (C: $F(x,y)=\ x^2y-\tan x+y^2=C$)

c. $\left(\frac{1}{x}+2y^2x\right)dx+\left(2yx^2-\cos y\right)dy=0;\ y(1)=\pi,\ x>0$ (C: $\ln x+\ x^2y^2-\sin y=\pi^2$)

d. $\left(e^ty+te^ty\right)dt+\left(te^t+2\right)dy=0;\ y(0)=-1$ (C: $y=-2/\left(te^t+2\right)$)

e. $\left(\cos x\cos y+2x\right)dx-\left(\sin x\sin y+2y\right)dy=0$ (C: $F(x,y)=\ \sin x\sin y+x^2-y^2=C$)

f. $\left(2xy+3\right)dx+\left(x^2-1\right)dy=0$

7. $\left(2xy+3\right)dx+\left(x^2-1\right)dy=0$ denkleminin

a) tam diferensiyel denklem olmadığını gösteriniz.

b) her iki tarafı y^{-2} ile çarparak elde edilecek olan yeni denklemin tam diferensiyel denklem olduğunu gösteriniz.

c) Son olarak elde edilen tam diferensiyel denklemin çözümünden faydalanarak, orijinal denklemi çözünüz.

8. $M(x,y)dx+\left(\sec^2 y-\frac{x}{y}\right)dy=0$ denklemini tam diferensiyel denklem yapacak olan $M(x,y)$ fonksiyonunu bulunuz.

9. $\left(ye^{xy}-4x^3y+2\right)dx+N(x,y)dy=0$ denklemini tam diferensiyel denklem yapacak olan $N(x,y)$ fonksiyonunu bulunuz.

10. Verilen Bernoulli diferensiyel denklemlerini çözünüz.

a. $\frac{dy}{dx}-5y=-\frac{5}{2}xy^3;$ (C: $y^{-2}=\frac{x}{2}-\frac{1}{20}+Ce^{-10x}$)

b. $\frac{dx}{dt}+tx^3+\frac{x}{t}=0;$ (C: $x^{-2}=2t^2\ln|t|+Ct^2$)

c. $\frac{dy}{dx}+y^3x+y=0$

d. $2xy' + y^3 e^{-2x} = 2xy$

e. $3xy^2 y' = 3x^4 + y^3$ (C: $y(x) = \left(x^4 + Cx\right)^{1/3}$)

11. Verilen diferensiyel denklemlerini uygun değişken değiştirme yöntemi ile çözünüz.

a. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy + y^2 + x^2}{x^2}$; C: $y = x\tan(\ln|x| + C)$

b. $\dfrac{dy}{dx} = y - x - 1 + (x - y + 2)^{-1}$; C: $(x - y + 2)^2 = Ce^{2x} + 1$ ($ipucu$: $u = x - y$)

c. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 - y^2}{3xy}$

d. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y(\ln y - \ln x + 1)}{x}$ ($ipucu$: $\ln y - \ln x = \ln \dfrac{y}{x}$)

e. $\dfrac{dy}{dx} = \sin(x - y)$

f. $\dfrac{dy}{dx} = (x - y + 5)^2$

g. $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{x + y} - 1$ C: $y = \left(x + C\right)^2 / 4 - x$