** CEVAP ANAHTARI **

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ

TOBB-ETÜ 2017-2018 Yaz Dönemi
MAT-201 Doğrusal Cebir Final Sınavı
29 Temmuz 2018

Adı Soyadı: No: İmza:

1. (10 p.)	2. (10 p.)	3. (30 p.)	4. (15 p.)	5. (15 p.)	6. (20 p.)	TOPLAM

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapılması gerekmektedir.
Sınav süresi 110 dakikadır. Başarılar.

1. V bir vektör uzayı ve $S = \{v_1, v_2, v_3\}$, V nin lineer bağımsız bir alt kümesi ise $T = \{v_1 + v_2,\ v_1 + v_3,\ v_2 + v_3\}$ kümesi lineer bağımsız mıdır?

S kümesinin lineer bağımsız olması $c_1v_1 + c_2v_2 + c_3v_3 = 0$ iken $c_1 = c_2 = c_3 = 0$ olduğunu ifade eder.

T kümesinin lineer bağımsız olduğunu göstermek için;

$a_1(v_1 + v_2) + a_2(v_1 + v_3) + a_3(v_2 + v_3) = 0$ olduğunda $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ olduğunu göstermeliyiz.

$a_1v_1 + a_1v_2 + a_2v_1 + a_2v_3 + a_3v_2 + a_3v_3 = 0$ eşitliğini

$v_1(a_1 + a_2) + v_2(a_1 + a_3) + v_3(a_2 + a_3) = 0$ şeklinde yeniden yazarız

** S kümesinin lineer bağımsız olması bize v_1, v_2, v_3 vektörlerinin her türlü kombinasyonunun sıfıra eşitken 0 eşitliği sağlayan katsayıların herbirinin 0 old. söyler. O halde son eşitlikteki katsayılar 0'dır;

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 0 \\ a_1 + a_3 &= 0 \\ + \quad a_2 + a_3 &= 0 \\ \hline 2(a_1 + a_2 + a_3) &= 0 \end{aligned}$$

$a_1 + a_2 = 0$ old.

$a_3 = 0 \Rightarrow a_1 + a_3 = 0 \Rightarrow a_1 = 0$, $a_2 = 0 \rightarrow a_1 = a_2 = a_3 = 0 \Rightarrow$ T lin bağımsızdır

NOT Çözümdeki tüm ifadeler (özellikle **) tam ve düzgün verildiğinde tam puan alacaksınız.

2. $\forall a,b,c,d \in \mathbb{R}$ için aşağıdaki altkümelerden hangileri (sağda belirtilen uzayların) birer altuzayıdır? Nedenleri ile açıklayınız. Alt uzay şartlarını sağlayan altkümelerden sadece **bir tanesini seçerek**, o altuzay için bir baz bulunuz.

a) $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3} ;\ b = a + c \right\} \subseteq M_{2\times 3}$ b) $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} ;\ c > 0 \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$

c) $W_3 = \{at^2 + bt + c;\ a - 2b - c = 0\} \subseteq P_2$ d) $W_4 = \{at^2 + bt + c;\ b = a^2 + c^2\} \subseteq P_2$

(a) i) $\forall A,B \in W_1$, $A \oplus B \in^? W_1$ $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_1+c_1 & c_1 \\ d_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a_2 & a_2+c_2 & c_2 \\ d_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$A \oplus B = \begin{bmatrix} a_1+a_2 & a_1+c_1+a_2+c_2 & c_2 \\ d_1+d_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in W_1$$

ii) $\forall c \in \mathbb{R}$, $\forall A \in W_1$ için $c \odot A \in^? W_1 \Rightarrow c \odot A = \begin{bmatrix} ca_1 & ca_1+cc_1 & c_1 \\ cd_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ca_1 & c(a_1+c_1) & c_1 \\ cd_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$c \odot A \in W_1$ olduğundan W_1, $M_{2\times 3}$'ün altuzayıdır. Taban bulalım;

$$\begin{bmatrix} a & a+c & c \\ d & 0 & 0 \end{bmatrix} = a \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{v_1} + c \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{v_2} + d \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{v_3}$$

old. $S = \{v_1, v_2, v_3\}$, W_1 için bazdır.

(b) ii) $\forall c \in \mathbb{R}$, $\forall u \in W_2$ için $c \odot u = \begin{bmatrix} ca_1 \\ cb_1 \\ cc_1 \end{bmatrix}$, $c_1 > 0$ Ancak $c < 0 \Rightarrow c.c_1 < 0$ old.

W_2, $\mathbb{R}^3$ için altuzay değildir.

(c) i) $p = (2b_1+c_1)t^2 + b_1 t + c_1$, $q = (2b_2+c_2)t^2 + b_2 t + c_2$ olsun. $p \oplus q \in^? W_3$

$p+q = (2b_1+c_1+2b_2+c_2)t^2 + (b_1+b_2)t + c_1+c_2 \in W_3$. Buradan;

$2(b_1+b_2) + (c_1+c_2) = 2b_1 + c_1 + 2b_2 + c_2)$ sağlandı.

ii) $\forall c \in \mathbb{R}$, $\forall p \in W_4$ için; $c \odot p = c(2b_1+c_1)t^2 + c b_1 t + c c_1 = c\left[(2b_1+c_1)t^2 + b_1 t + c_1\right] \in W_4$

O halde W_3, P_2'nin altuzayıdır. Tabanı; $(2b+c)t^2 + bt + c = b(2t^2+t) + c(t^2+1)$

$S = \{2t^2+t,\ t^2+1\}$, $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 \to -2r_2+r_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ old. lin. bağımsızdır ve W_3 için tabandır.

(d) i) $\left.\begin{array}{l} p = a_1 t^2 + b_1 t + c_1 \\ q = a_2 t^2 + b_2 t + c_2 \end{array}\right\}$ $p \oplus q = (a_1+a_2)t^2 + (b_1+b_2)t + (c_1+c_2)$ Buradan; $b_1 = a_1^2 + c_1^2$, $b_2 = a_2^2 + c_2^2$

Ancak; $(b_1+b_2) \neq (a_1+a_2)^2 + (c_1+c_2)^2$ old. $p \oplus q \notin W_4$. Altuzay değildir

3. $u = (u_1, u_2)$, $v = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ için $\langle u, v\rangle = u_1v_1 + u_1v_2 + u_2v_1 + 2u_2v_2$ şeklinde tanımlı bağıntı bir iç çarpım mıdır? Araştırınız.

(i) $\forall u \in \mathbb{R}^2$, $\langle u,u\rangle = u_1u_1 + u_1u_2 + u_2u_1 + 2u_2u_2 = u_1^2 + 2u_1u_2 + 2u_2^2 = (u_1+u_2)^2 + u_2^2 \geq 0$ ✓

$\Rightarrow$ $u = 0 = (u_1, u_2)$, $(u_1+u_2)^2 + u_2^2 = 0^2 + 0^2 = 0 \Rightarrow \langle u,u\rangle = 0$ ✓

$\Leftarrow$ $\langle u,u\rangle = 0$ olsun. $(u_1+u_2)^2 + u_2^2 = 0 \Rightarrow u_1 + u_2 = 0 \wedge u_2 = 0 \Rightarrow u_1 = 0, u_2 = 0 \Rightarrow u = 0$ ✓

(ii) $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$ için $\langle v, u\rangle = v_1u_1 + v_1u_2 + v_2u_1 + 2v_2u_2 = u_1v_1 + u_1v_2 + u_2v_1 + 2u_2v_2 = \langle u, v\rangle$

Burada $\mathbb{R}$ deki çarpma ve toplamanın değişme özelliği kullanılır.

(iii) $\forall u, v, w \in \mathbb{R}^2$ $\langle u+v, w\rangle \overset{?}{=} \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$

$\langle u+v, w\rangle = (u_1+v_1)w_1 + (u_1+v_1)w_2 + (u_2+v_2)w_1 + 2(u_2+v_2)w_2$ parantezleri değiştirsak;

$= u_1w_1 + u_1w_2 + u_2w_1 + 2u_2w_2 + v_1w_1 + v_1w_2 + v_2w_1 + 2v_2w_2 = \langle u, w\rangle + \langle v, w$

(iv) $\forall c \in \mathbb{R}$, $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$ $\langle cu, v\rangle \overset{?}{=} c\langle u, v\rangle$

$\langle cu, v\rangle = cu_1v_1 + cu_1v_2 + cu_2v_1 + 2cu_2v_2 = c[u_1v_1 + u_1v_2 + u_2v_1 + 2u_2v_2] = c.\langle u, v\rangle$ old.

4. $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ dönüşümü $L(x, y, z, t) = (x + y + z, x + y + t, y + z + t)$ kuralı ile veriliyor. Buna göre

i) L dönüşümü lineer bir dönüşüm müdür? Araştırınız.

ii) Görüntü kümesi yani ImL yi belirleyip bu uzay için bir baz bulunuz.

iii) Çek$L$ yi belirleyip bu uzay için bir baz bulunuz.

iv) Bu dönüşüm 1-1 midir? Örten midir? Araştırınız.

Sonraki boş sayfayıda bu sorunun çözümünde kullanmanız üzere boş bırakılmıştır.

(i) $\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3$ vektör uzayı, $u, v \in \mathbb{R}^4$ için $u + v = (x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, t_1+t_2)$ o.ü;

a) $L(u+v) \overset{?}{=} L(u) + L(v)$, b) $\forall c \in \mathbb{R}$ için $L(cu) \overset{?}{=} c.L(u)$

$L(u+v) = (x_1+x_2+y_1+y_2+z_1+z_2,\ x_1+x_2+y_1+y_2+t_1+t_2,\ y_1+y_2+z_1+z_2+t_1+t_2)$

$= (x_1+y_1+z_1,\ x_1+y_1+t_1,\ y_1+z_1+t_1) + (x_2+y_2+z_2,\ x_2+y_2+t_2,\ y_2+z_2+t_2)$

$= L(u) + L(v)$ sağlanır ✓

$c.L(u) = L(cx, cy, cz, ct) = (cx+cy+cz,\ cx+cy+ct,\ cy+cz+ct)$

$= c(x+y+z,\ x+y+t,\ y+z+t) = c.L(u)$ ✓

O zaman L dönüşümü lineer dönüşümdür.

(ii) $\operatorname{Im} L = \{ L(u) \mid u \in \mathbb{R}^4 \} = \{ (x+y+z,\ x+y+t,\ y+z+t) \mid x,y,z,t \in \mathbb{R} \}$

$= \{ x(1,1,0) + y(1,1,1) + z(1,0,1) + t(0,1,1) \mid x,y,z,t \in \mathbb{R} \}$

O halde $S = \{ (1,1,0), (1,1,1), (1,0,1), (0,1,1) \}$ kümesi için $\operatorname{span} S = \operatorname{Im} L$ 'dir.

Lineer bağımsızlığını araştıralım;

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 \to r_3 - r_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2 \to r_2 - r_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_4 \to r_4 + r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_4 \to r_4 - 2r_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$S' = \{ (1,1,0), (0,-1,1), (0,0,1) \}$ kümesi lin. bağımsız old. $\operatorname{Im} L$ için tabandır.

$\operatorname{Cek} L = \{ u \in \mathbb{R}^4 ;\ L(u) = 0_{\mathbb{R}^3} \}$ veya açıkça

(iii) $\operatorname{Cek} L = \{ (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 ;\ (x+y+z,\ x+y+t,\ y+z+t) = (0,0,0) \}$ 'dır.

Burada $(x+y+z,\ x+y+t,\ y+z+t) = (0,0,0)$ eşitliğini (sistemini) çözelim

$$\left.\begin{aligned} x+y+z &= 0 \\ x+y+t &= 0 \\ y+z+t &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{r_2 \to r_2 - r_1} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{r_1 \to r_1 - r_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{r_2 \to r_2 + r_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

4 bilinmeyen, 3 denklem old. parametre atamalıyız;

$t = k,\ z = k,\ y = -2k,\ x = k \Rightarrow \operatorname{Cek} L = \{ (k,-2k,k,k) ;\ k \in \mathbb{R} \}$

$= \{ k(1,-2,1,1) ;\ k \in \mathbb{R} \}$

O halde $S = \{ (1,-2,1,1) \}$ lin. bağımsız ve $\operatorname{span} S = \operatorname{Cek} L$ old. $\operatorname{Cek} L$ için bazdır

(iv) "$\operatorname{Cek} L = \{0\} \Leftrightarrow L$, 1-1 dir." teoreminden ve (iii) şıkkından $\operatorname{Cek} L \neq \{0\}$ old.

L, 1-1 değildir!

$\operatorname{Boy}(\mathbb{R}^3) = 3 = 3 = \operatorname{Boy}(\operatorname{Im} L)$ old. L, örtendir.

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 & -7 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 10 & 7 \end{bmatrix}$ matrisinin sütun uzayını ve bu uzay için bir baz bularak boyutunu belirleyiniz.

$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$, $u_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix}$, $u_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 10 \end{bmatrix}$, $u_4 = \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$ olmak üzere;

Sütun Uzayı ; $\{ c_1u_1 + c_2u_2 + c_3u_3 + c_4u_4 \ ; \ c_i \in \mathbb{R} \} = \left\{ \begin{bmatrix} c_1 - 4c_2 + 9c_3 - 7c_4 \\ -c_1 + 2c_2 - 4c_3 + c_4 \\ 5c_1 - 6c_2 + 10c_3 + 7c_4 \end{bmatrix} ; c_i \in \mathbb{R} \right\}$

A 'nın sütunları bu uzayın gerenleridir. O zaman ; $S = \{ u_1, u_2, u_3, u_4 \}$ o.ü

Span $S = A$ 'dır. Şimdi lineer bağımsızlıklarını araştıralım;

Sütunları yatırıp, satır işlemi uygularsak;

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -4 & 2 & -6 \\ 9 & -4 & 10 \\ -7 & 1 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_4 \to 7r_1 + r_4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -4 & 2 & -6 \\ 9 & -4 & 10 \\ 0 & -6 & 42 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 \to r_3 - 9r_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -4 & 2 & -6 \\ 0 & 5 & -35 \\ 0 & -6 & +42 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2 \to 4r_1 + r_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 14 \\ 0 & 5 & -35 \\ 0 & -6 & 42 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_2 \to \frac{r_2}{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 5 & -35 \\ 0 & -6 & 42 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 \to 5r_2 + r_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 42 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_4 \to -6r_2 + r_4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 \to -r_2 + r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sütun Uzayının bir bazı ; $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix} \right\}$ dır.

boy (Sütun Uzayı) $= 2$

6. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ simetrik matrisini $P^{-1}AP = D$ olacak şekilde köşegenleştirerek P ortogonal matrisini, P^{-1} ve D köşegen matrislerini bulunuz.

$$K_A(\lambda) = \det(A-\lambda I) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 & 1 \\ 0 & 2-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)\begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 \\ 0 & 3-\lambda \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2-\lambda & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (3-\lambda)^2(2-\lambda) + (\lambda-2) = (\lambda-2)\left[1-\lambda^2+6\lambda-9\right] = -(\lambda-2)^2(\lambda-4)$$

$\lambda_{1,2} = 2$, $\lambda_3 = 4$ özdeğerlerini $(A-\lambda I)X = 0$ 'da yerine koyalım;

$\underline{\lambda_{1,2}=2}$; $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 \to r_3 - r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\left.\begin{matrix} x_3 = k \\ x_2 = m \\ x_1 = -k \end{matrix}\right\}$ $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \left\{ k \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{v_1} + m \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{v_2} ; k, m \in \mathbb{R} \right\}$

$\underline{\lambda_3 = 4}$; $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 \to r_1 + r_3} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2 \to \frac{-r_2}{2}} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} x_3 = k \\ x_1 = x_3 = k \end{matrix}$, $x_2 = 0$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \left\{ k \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} ; k \in \mathbb{R} \right\} \Rightarrow v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\langle v_1, v_2 \rangle = 0$ old. Gram-Smith. uygulamanıza gerek yok.

Şimdi normalize edelim;

$$\frac{v_1}{\|v_1\|} = \frac{v_1}{\sqrt{2}} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \|v_2\| = 1, \quad \frac{v_3}{\|v_3\|} = \frac{v_3}{\sqrt{2}} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = P^T = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

için $D = P^{-1}AP$ sağlayan P ortogonal matristir.