

Mat 104 -Genel Matematik II

Çalışma Soruları 3

1) Aşağıdaki limitleri bulunuz.

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} = ?$ (Cevap:0)

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy - y - 2x + 2}{x - 1} = ?$ (Cevap:-1)

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y} = ?$ (Cevap:2)

d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2 - \sqrt{xy + 4}}{xy} = ?$ (Cevap: $\frac{-1}{4}$)

e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0, \ln 2)} e^{x-y} = ?$ (Cevap: $\frac{1}{2}$)

f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + y}{x - y} = ?$ (Cevap:mevcut değil)

2) Aşağıdaki fonksiyonlar için yanlarında verilen kısmi türevlerini hesaplayınız.

a) $z = f(x, y) = x^2 - x^3y + y^2$ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$

b) $z = f(x, y) = xe^y + y^2 + 1$ $f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$

c) $w = f(x, y) = x^3 + \tan(xy)$ $w_{xx}, w_{xy}, w_{yx}, w_{yy}$

d) $z = f(x, y) = e^{x^2y-y^3}$ z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}

e) $z = f(x, y) = \sqrt{6x - y^2}$ $z_{xx}, z_{xy}, z_{yx}, z_{yy}$

f) $w = f(x, y) = \cos(x - y) \ln(xy)$ $w_{xx}, w_{xy}, w_{yx}, w_{yy}$

3) Aşağıdaki fonksiyonların kısmi türevlerini bulup verilen noktalarda hesaplayınız.

a) $f(x, y) = 1 - x + y - 3x^2y$ $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ $a = (1, 2)$

b) $f(x, y) = 4 + 2x - 3y - xy^2$ $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ $a = (-2, 1)$

c) $f(x, y) = \sqrt{2x + 3y - 1}$ $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ $a = (-2, 3)$

d) $f(x, y) = (x^2 - 4xy - y^2)^2 \quad \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \quad a = (-1, 1)$

4) Aşağıdaki fonksiyonların kısmi türevlerini hesaplayınız.

a) $z = f(x, y) = x^3 + y^3, x = \sin t, y = \cos t \quad z_t = ?$

b) $z = f(x, y) = \cos xy + y^2 + 2x, x = t, y = \ln t \quad z_t = ?$

c) $z = f(x, y) = 4x^2 - 2x^2y, x = r^3 + s^2, y = \cos(rs) \quad z_s, z_r = ?$

d) $z = f(x, y) = 4e^x \ln y, x = \ln(u \cdot \cos v), y = u \sin v \quad z_u, z_v = ?$

5) Aşağıdaki fonksiyonların yerel maksimum ve yerel minimum noktalarını inceleyiniz.

a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 3x - 3y + 4$ (Cevap: yerel min)

b) $f(x, y) = 2xy - x^2 - 2y^2 + 3x + 4$ (Cevap: yerel max)

c) $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 2y + 1$ (Cevap: yerel min)

d) $f(x, y) = x^2 - 4xy + y^2 + 6y + 2$ (Cevap: eyer)

6) Aşağıdaki fonksiyonların yanlarında verilen koşullara göre max/min değerlerini hesaplayınız. (Lagrange yöntemi ile çözünüz.)

a) $f(x, y) = 49 - x^2 - y^2$ kısıt: $x + 3y = 10$

b) $f(x, y) = x^2y$ kısıt: $x + y = 3$

c) $f(x, y) = xy$ kısıt: $x^2 + y^2 = 10$

d) $f(x, y) = 4y - 3x$ kısıt: $2x + 5y = 3$

7) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int_0^3 \int_0^2 (3x - 2y) dx dy$

b) $\int_0^2 \int_{-1}^1 (1 + x^2y^2) dx dy$

$$c) \int_0^1 \int_5^4 (2x - 5y) dy dx$$

8) Aşağıda verilen integrallerin sırasını değiştiriniz.

$$a) \int_0^1 \int_{-2y}^{2y} f(x, y) dx dy$$

$$b) \int_0^1 \int_{x^2}^x (2x - 5y) dy dx$$

$$c) \int_1^e \int_0^x (\ln x) dy dx$$

$$d) \int_{-1}^2 \int_{x^2-4}^{x-2} f(x, y) dy dx$$

$$e) \int_{-2}^{-1} \int_{3y}^{2y} f(x, y) dx dy$$

9) $R = (x, y) \mid 0 \leq x \leq 2 \quad -x \leq y \leq x$ olmak üzere $\int \int_R e^{x+y} dA$ hesaplayınız. (Cevap: $\frac{e^4}{2} - 2 - \frac{1}{2}$)

10) R bölgesi; $y = x^2$ ve $x = y^2$ eğrileri ile sınırlı bölge ise $\int \int_R (x^2 + y) dA = ?$ ($\frac{133}{140}$)

11) Alttan R bölgesi ($R : y = x^2$ ve $y = 1$ ile sınırlı) nın ve üstten $z = 4 - x - y$ eğrisini sınırladığı cismin hacmini bulunuz. ($\frac{68}{15}$)

12) $f(x, y) = xe^{xy}$ ve $R = (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1 \quad 1 \leq y \leq 2$ olmak üzere f nin grafiği altında ve R nin üstünde kalan bölgenin hacmi nedir? (Cevap:1)

13) $f(x, y) = \frac{2y + 3xy^2}{1 + x^2}$ ve $R = (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1 \quad -1 \leq y \leq 1$ olmak üzere f nin grafiği altında ve R nin üstünde kalan bölgenin hacmi nedir? (Cevap: $\ln 2$)