6. (a) $8y^2-5x^2-3=0$ kapalı ifadesi ile verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun $(1,1)$ noktasından geçen teğet doğrusunun denklemini bulunuz.

$8y^2-5x^2-3=0$ ifadesinin x'e göre türevini alalım.

$16yy'-10x=0 \Rightarrow y'=\frac{10x}{16y}=\frac{5x}{8y}$ olup $(1,1)$ noktasından

geçen teğet doğrusunun eğimi, $y'\Big|_{(1,1)}=\frac{5}{8}$ dir.

Teğet doğrusunun denklemi ise $(y-1)=\frac{5}{8}(x-1)$

$y=\frac{5x}{8}+\frac{3}{8}$ olarak bulunur.

(b) $y=\dfrac{e^{x^2}+\sin(2x)}{\ln(x)+3^x}$ fonksiyonunun türevini hesaplayınız.

$$y'=\frac{\left[e^{x^2}.2x+2\cos(2x)\right].\left[\ln(x)+3^x\right]-\left[e^{x^2}+\sin(2x)\right].\left[\frac{1}{x}+3^x.\ln 3\right]}{(\ln x+3^x)^2}$$

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ

TOBB-ETÜ, MATEMATİK BÖLÜMÜ, 2018-2019 BAHAR DÖNEMİ
MAT 103, GENEL MATEMATİK I, ARASINAV
2 MART 2019

Adı Soyadı: No: İMZA:

1. (20p.)	2. (10 p.)	3. (25 p.)	4. (10 p.)	5. (15 p.)	6. (20 p.)	TOPLAM

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapılması gerekmektedir.
Sınav süresi 110 dakikadır. Başarılar.

1. (a) $a>0$ olmak üzere $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}$ değerini hesaplayınız.

$$\lim_{h\to0}\frac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}.\frac{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{a}+h-\cancel{a}}{h.\left[\sqrt{a+h}+\sqrt{a}\right]}=\lim_{h\to0}\frac{1}{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

(b) $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-x-2}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimtotlarını bulunuz.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-x-2}=2$ olduğundan $y=2$ yatay asimtottur.

$f(x)=\dfrac{\cancel{(x-2)}(2x-1)}{\cancel{(x-2)}(x+1)}$ $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to-1^-}f(x)=+\infty$ olup $x=-1$ Düşey Asimtottur.

2. 3000 TL %6 faiz oranı ile her 4 ayda bir birleştirilerek $\frac{2}{3}$ yıl faizde kalırsa ulaşacağı toplam değer ne olur?

4 ayda bir birleştiriliyorsa $m=3$

$i=\frac{r}{m}=\frac{0,06}{3}=0,02$

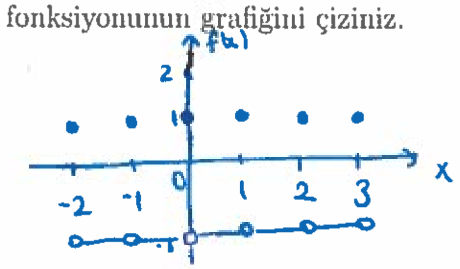
$n=m.t=3.\frac{2}{3}=2$ olup $A=P.(1+i)^n$

$=3000.(1+0,02)^2$

$=3121,2$ TL

3. (a) $f(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbb{Z},\\ -1, & x\notin\mathbb{Z},\end{cases}$ olmak üzere

i. $f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



ii. $\lim_{x\to 2} f(x) = ?$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = -1$ $\quad \lim_{x\to 2^-} f(x) = -1$ $\quad$ Sonuç olarak $\lim_{x\to 2} f(x) = -1$

iii. $x=2$ noktasında $f(x)$ sürekli midir?

$f(2) = 1 \neq \lim_{x\to 2} f(x) = -1$ olduğundan fonksiyon $x=2$ noktasında sürekli değildir.

(b) $f(x)=\begin{cases}-4, & x\le -1,\\ ax+b, & -1<x<1,\\ 2, & x\ge 1,\end{cases}$ fonksiyonu hangi a ve b değerleri için her noktada süreklidir?

fonksiyon $x=-1$ de sürekli ise $\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^-} f(x) = f(-1)$ olmalıdır

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} ax+b = -a+b$

$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} -4 = -4$

$\boxed{-a+b=-4}$ --- (1)

Fonksiyon $x=1$ de sürekli ise $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1)$ olmalıdır.

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 2 = 2$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} ax+b = a+b$

$\boxed{a+b=2}$ --- (2)

(1) ve (2) denklemini birlikte çözersek

$$\begin{aligned}-\cancel{a}+b&=-4\\ \cancel{a}+b&=2\\ \hline 2b&=-2\end{aligned}$$

$\boxed{b=-1}$ $\quad \boxed{a=3}$

4. Aşağıdaki fonksiyonların tanım kümesini bulunuz.

(a) $y = 3 + \dfrac{2}{1+x^2}$

Her $x\in\mathbb{R}$ sayısı için $1+x^2\neq 0$ olduğundan, fonksiyonun tanım kümesi Reel Sayılardır.

(b) $y = 1+\ln(x)$

$\ln(x)$ in Tanım Kümesi $(0,\infty)$ olduğundan $y=1+\ln(x)$ fonksiyonunun Tanım Kümesi $(0,\infty)$ 'dur.

5. $f(x) = 1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$ fonksiyonu verilsin.

(a) Fonksiyonun tanım kümesini bulunuz.

Fonksiyonun Tanım Kümesi, $\mathbb{R}-\{0\}$ 'dır.

(b) Fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

$f'(x) = \dfrac{-1}{x^2} - \dfrac{2}{x^3} = \dfrac{-x-2}{x^3}$ olup $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-2$ olduğundan $x=-2$ kritik Noktadır.

	-2		0	
	$-$	$+$	$-$	
	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	

$(-\infty,-2)$ ve $(0,\infty)$ aralığında fonksiyon azalan.

$(-2,0)$ aralığında fonksiyon artandır.

(c) Fonksiyonun yerel maksimum/minimum noktalarını bulunuz.

$x=-2$ noktası yerel minimum noktasıdır.

(d) Fonksiyonun büküm noktalarını bulunuz.

$f''(x) = \dfrac{-1\cdot x^3 - (-x-2)\cdot 3x^2}{x^6} = \dfrac{-x^3+(x+2)3x^2}{x^6} = \dfrac{-x^3+3x^3+6x^2}{x^6}$

$= \dfrac{2x^3+6x^2}{x^6} = \dfrac{2x^2(x+3)}{x^6} = \dfrac{2(x+3)}{x^4}$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow x=-3$ olduğundan

-3	
$-$	$+$
$\cap$	$\cup$

$x=-3$ Büküm Noktasıdır