Adı ve Soyadı: 04 Kasım 2018

Bölümü:

No:

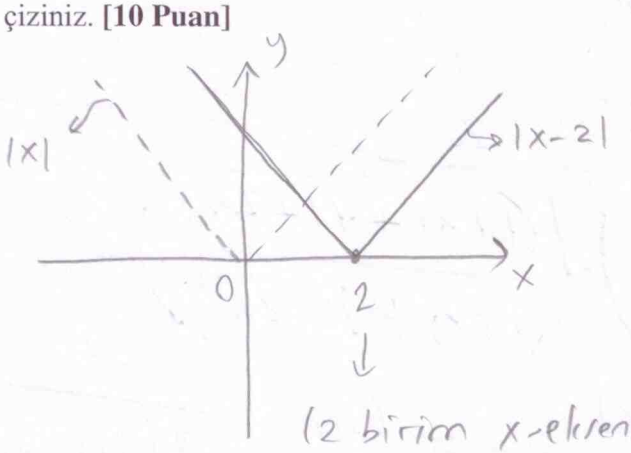
İmza:

1	2	3	4	5	Toplam

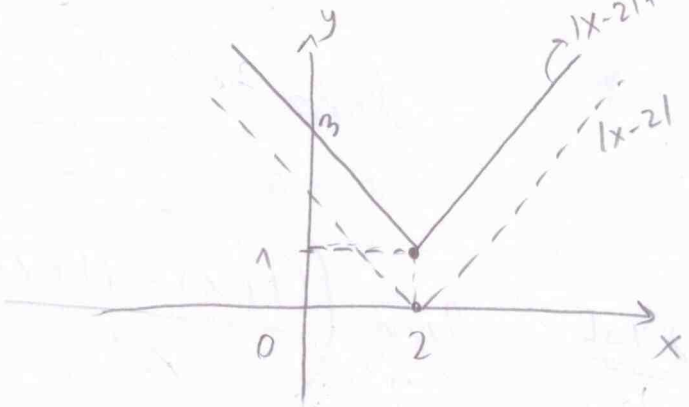
MAT 103 GENEL MATEMATİK I --- ARASINAV SORULARI

(SINAV SÜRESİ 100 (YÜZ) DAKİKADIR)

1) **(a)** $f(x)=|x-2|+1$ fonksiyonunun grafiğini, $g(x)=|x|$ fonksiyonunun grafiğinden yararlanarak çiziniz. **[10 Puan]**



(2 birim x-ekseninde sağa kaydırıldı)



(1 birim y-ekseninde yukarı kaydırıldı)

(b) $f(x)=\sqrt{2-x}+\log\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. **[10 Puan]**

$2-x \geq 0$ ve $\dfrac{x-1}{x+1} > 0$ olmalıdır.

x		-1		1		2	
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$\dfrac{x-1}{x+1}$	$+$		$-$		$+$		$+$
$2-x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$

G.K $= (-\infty,-1) \cup (1,2]$

2) Aşağıdaki limitleri araştırınız.

(a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+x-\sqrt{1+2x}}{x^2}$ **[10 Puan]** $\dfrac{0}{0}$ belirsizliği var

1. YOL

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1-\frac{1}{(1+2x)^{1/2}}}{2x} \quad \frac{0}{0} \text{ belirsizliği var}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\cdot\frac{1}{2}(1+2x)^{-3/2}}{2} = \frac{1}{2}$$

2. YOL

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)-\sqrt{1+2x}}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{(1+x)+\sqrt{1+2x}}{(1+x)+\sqrt{1+2x}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^2-(1+2x)}{x^2\left[(1+x)+\sqrt{1+2x}\right]} = \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}\left[(1+x)+\sqrt{1+2x}\right]}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{1}{1+x+\sqrt{1+2x}} = \frac{1}{2}$$

(b) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{|2x-1|}{2x-1}$ **[10 Puan]**

$$\lim_{x\to 1/2^+}\frac{2x-1}{2x-1} = 1$$

sonuçlar farklı olduğundan

$$\lim_{x\to \frac{1}{2}^-}\frac{1-2x}{2x-1} = -1$$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{|2x-1|}{2x-1}$ limiti mevcut değildir.

3) (a) Yıllık $\%10$ **sürekli bileşik faiz** oranıyla bir bankaya kaç TL yatırılmalıdır ki 5 yılın sonunda bankada 16.000 TL olsun? ($\sqrt{e} \approx 1{,}6$ alınız) **[10 Puan]**

sürekli bileşik faiz formülü:

$A = Pe^{rt}$ dir.

$A = 16000$, $r = \frac{10}{100}$, $t = 5$ olarak verilmiş

$\Rightarrow 16000 = Pe^{\frac{10}{100} \cdot 5} \Rightarrow$

$$\boxed{P = \frac{16000}{\sqrt{e}} \approx \frac{16.000}{1{,}6} = 10000 \text{ TL.}}$$

(b) $|3x - 2| \leq 5x$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. **[10 Puan]**

$-5x \leq 3x - 2 \leq 5x$ olmalıdır. ($x \geq 0$ olmalı)

$-5x \leq 3x - 2$ ve $3x - 2 \leq 5x$

$\Rightarrow 8x \geq 2$ ve $2x \geq -2$.

$\Rightarrow x \geq \frac{1}{4}$ ve $x \geq -1$

$\Rightarrow \boxed{Ç.K = [\frac{1}{4}, +\infty)}$

4) (a) $f(x)=e^{2x+1}+\left(x^2+1\right)\sin x$ ise $f'(x)=?$ **[10 Puan]**

$$f'(x) = 2e^{2x+1} + 2x\sin x + (x^2+1)\cos x$$

(b) $x^3+y^3-9xy=0$ eğrisine $(2,4)$ noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz. **[10 Puan]**

her iki yanın x'e göre türevini alırsak

$$3x^2 + 3y^2 \cdot y' - 9y - 9xy' = 0$$

$$\Rightarrow (3y^2 - 9x)y' = 9y - 3x^2$$

$$\Rightarrow y' = \frac{9y-3x^2}{3y^2-9x}$$

$$m_T = y'\Big|_{(2,4)} = \frac{9\cdot 4 - 3\cdot 2^2}{3\cdot 4^2 - 9\cdot 2} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

eğimi $\frac{4}{5}$ ve geçtiği nokta $(2,4)$ olan teğet denklemi:

$$y-4 = \frac{4}{5}(x-2) \Rightarrow \boxed{y = \frac{4x}{5} + \frac{12}{5}}$$

5) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ fonksiyonunun, asimptotlarını, artan-azalan olduğu aralıkları, ekstremum noktalarını, konkavlık (bükeylik) durumunu inceleyerek grafiğini çiziniz. **[20 Puan]**

① $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ (f nin tanım kümesi)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x+1}{x-1} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x+1}{x-1} = -\infty \end{array}\right\} \quad x=1 \text{ düşey asimptot}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=-1 \\ y=0 \Rightarrow x=-1 \end{array}\right]$$

$$\lim_{x\to\mp\infty} \frac{x+1}{x-1} = 1 \Rightarrow y=1 \text{ yatay asimptot}$$

② $f'(x) = \dfrac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (x \neq 1)$

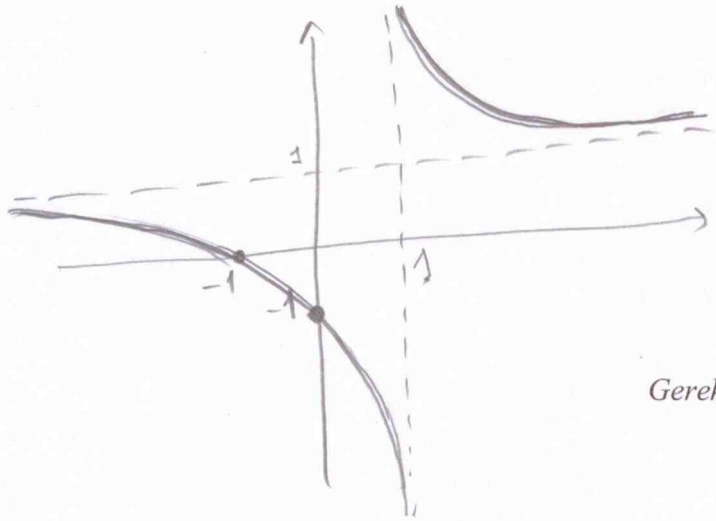
f her yerde azalan. Yerel ekstremum yok,

③ $f''(x) = \dfrac{4}{(x-1)^3} \Rightarrow$ $x>1$ için yukarı konkav, $x<1$ için aşağı konkav

④

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$	‖	$-$	
$f''(x)$		$-$		$-$		$-$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↘ ⌒	0	↘ ⌒	-1	↘ ⌒	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘ ⌣	1

⑤



Gerektiğinde arka sayfayı da kullanabilirsiniz.