

= CEVAP ANAHTARI =



TOBB-ETÜ, MATEMATİK BÖLÜMÜ, YAZ DÖNEMİ 2008-2009
MAT 102, MATEMATİK II, 2. QUIZ - ŞUBE - 1
23 MAYIS 2009

Adı Soyadı:

No:

İMZA:

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapılması gerekmektedir.
Başarılar.

1. Aşağıdaki serinin yakınsak veya iraksaklığını belirleyiniz. Seri yakınsak ise toplamını bulunuz.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\underbrace{\frac{2}{n(n+1)}}_{a_n} + \underbrace{\frac{5}{3^{n-1}}}_{b_n} \right)$$

CEVAP: $\sum a_n$ ve $\sum b_n$ yakınsak olması durumunda
 $\sum (a_n + b_n) = \sum a_n + \sum b_n$ yazabiliriz.

Ö halde $\sum a_n$ -e bakalım.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)}$ serisi teleskopik seri olup;

$$\sum a_n = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\sum_{n=1}^k \frac{2}{n(n+1)} \right) \text{ dir.}$$

$$a_n = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1}$$

$$\Rightarrow = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^k \left(\frac{2}{n} - \frac{2}{n+1} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=-2 \end{cases}$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{1} - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{k} - \frac{2}{k+1} \right)$$

$$\boxed{\sum a_n = 2} \checkmark$$

$\sum b_n$ -e bakalım. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{3^{n-1}}$ geometrik seri olup;

$$\frac{1}{3} < 1 \text{ oldu-}$$

ğundan
yakınsak ve $\sum b_n = \frac{5}{1-1/3} = \frac{15}{2}$ dir.

$$\sum a_n = 2$$

$$\sum b_n = \frac{15}{2} \quad \text{olduğundan}$$

$$\sum (a_n + b_n) = \sum a_n + \sum b_n \quad \text{olup, serimizin toplamı}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = 2 + \frac{15}{2} = \frac{19}{2}$$