

Mat 102 - Matematik II / Calculus II

Çalışma Soruları

Kutupsal Koordinatlar

1) Aşağıda kutupsal denklemleri verilen ifadelerin kartezyen denklem karşılıklarını bulunuz.

a) $r = \cot \theta \csc \theta$

b) $r = \csc \theta e^{r \cos \theta}$

c) $r = 2 \cos \theta + 2 \sin \theta$

d) $r = \sec(3\theta)$

e) $r = \sin^2 \theta$

f) $r = \sec \theta \csc \theta$

g) $r = \tan \theta$

2) Aşağıdaki kartezyen denklemlerin dengi olan polar denklemleri bulunuz.

a) $x = y,$

b) $x^2 + y^2 = 4,$

c) $x^2 - y^2 = 1,$

d) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

3) Aşağıdaki kutupsal denklemleri verilen eğrileri çizin. Aksi belirtilmedikçe $0 \leq \theta \leq 2\pi$ olarak kabul ediniz.

wolframalpha.com uygulamasında kutupsal denklemin grafiğini çizdirmek için:
polar plot r = cos (2t)
kodunu kullanabilirsiniz.

a) $r = 1 + 2 \sin \theta$

b) $r = 1 + \cos \theta$

c) $r = \cos(3\theta)$

d) $r^2 = \cos(2\theta)$

e) $r = \theta$

f) $r = \sin(\theta + \pi/4)$

g) $r = -\sec \theta$

h) $r = \theta/2, \theta \geq 0$

i) $r = 1 + \theta/\pi^2$

j) $r = \cot \theta \csc \theta$

k) $r = \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta}$

l) $r = -2 \sec \theta \csc \theta$

m) $r = \sin \theta + \cos \theta$

n) $r = 3 + 3 \sin \theta$

o) $r = \frac{1}{4} + \cos \theta$

p) $r = \cos(\theta/2)$

q) $r = \sin^2 \theta$

r) $r = \tan \theta$

s) $r = \sec(\theta/2)$

t) $r = 1 + \sec \theta$

u) $r = \frac{1}{1 - \cos \theta}$

v) $r = \frac{1}{1 + \sin \theta}$

w) $r = \cot 2\theta$

x) $r = \pi/\theta$

4) $r = 3 \sin \theta$ çemberini ve $r = 1 + \sin \theta$ kardioidini çizin

a) Çemberle kardioidin kesişim noktalarını bulunuz. b) Çemberin içinde ve kardioidin dışında kalan bölgeyi çizin. c) b)'de çizilen bölgenin alanını bulunuz.

5) $x^2 + y^2 = 9$ çemberinin ve $r = 2(1 + \sin \theta)$ kardioidinin grafiğini çizin.

(a) Çemberle kardioidin kesişim noktalarını bulunuz. (b) Çemberin içinde ve kardioidin dışında kalan bölgeyi çizin. (c) b)'de çizilen bölgenin alanını bulunuz.

6) $r = 1 + \sin \theta$ kardioidinin uzunluğunu bulunuz.

Cevap: 8

7) $r = 2 \cos \theta$ çemberinin içinde ve $r = 1$ çemberinin dışında kalan bölgenin alanını bulunuz.

Cevap: $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

8) $r^2 = \cos 2\theta$ kutupsal eğrisi x -ekseni etrafında döndürülünce meydana gelen dönele yüzeyin alanını bulunuz.

Cevap: $2\pi(2 - \sqrt{2})$

9) $r = 2$ ve $r = 4 \sin \theta$ çemberlerinin arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

10) Aşağıdaki eğrilerin içinde kalan, kapalı bölgenin alanını bulunuz.

a) $r = \sqrt{\sin \theta}$

b) $r = 2 + \sin \theta$

c) $r = 4 + 3 \cos \theta$

d) $r = \tan(\theta/2)$

e) $r = \sin 3\theta$

f) $r = \sin^2 \theta$

11) $r = 1 + \sin \theta$ kardioidinin küçük döngüsünün içinde kalan bölgenin alanını bulunuz.

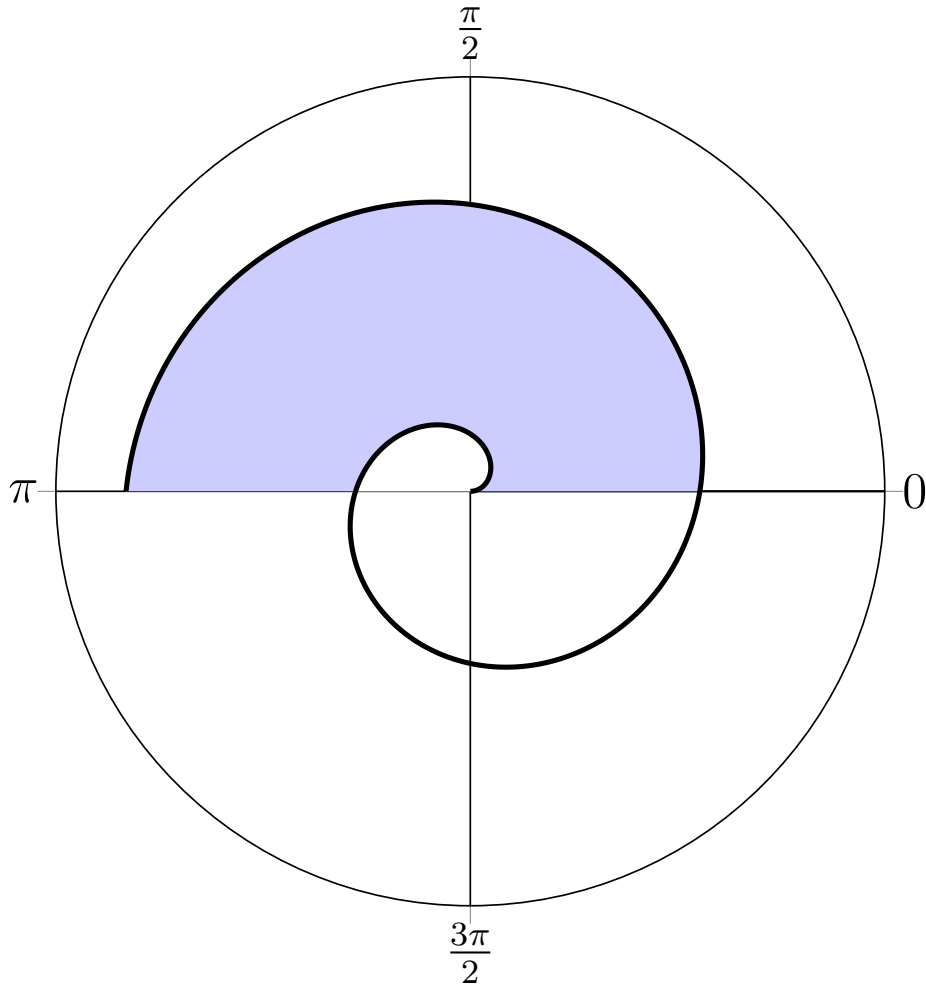
12) $r = 1 + \sin \theta$ kardioidinin içinde ve küçük döngüsünün dışında kalan bölgenin alanını bulunuz.

13) $r = \tan \theta$ ve $r = \frac{\csc \theta}{\sqrt{2}}$ eğrileri ile sınırlı, kapalı bölgenin alanını bulunuz.

14) $r = 2 \cos \theta$ çemberinin içinde ve $r = 1$ çemberinin dışında kalan bölgenin alanını bulunuz.

15) $r = 2 \sin \theta$ çemberinin içinde ve $r = (3/2) \csc \theta$ doğrusunun üstünde kalan bölgenin alanını bulunuz.

16) $r = \theta$, $0 \leq \theta \leq 3\pi$ eğrisinin içinde kalan ve şekildeki gibi boyalı olan bölgenin alanını bulunuz.



Şekil 1: Arşimet spirali olarak da bilinen $r = \theta$ eğrisinin $[0, 3\pi]$ aralığındaki grafiği

Bonus Sorular

1) $r = 1 + \cos \theta$ kutupsal denklemi ile verilen eğrinin yatay veya dikey teğete sahip olduğu noktaları bulunuz.

2) Aşağıdaki kutupsal denklemler için $y' = \frac{dy}{dx}$ ve $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ değerlerini hesaplayınız.

a) $r = \theta$

b) $r = 1 + \sin \theta$

c) $r = \cos \theta$

d) $r = \sin \theta$

e) $r = \sec \theta$

f) $r = \sin 2\theta$