

# Mat 102 - Matematik II / Calculus II

## Çalışma Soruları

### Diziler

wolframalpha.com kodu.

Bir dizinin limitini bulmak için: `limit (n!) / (n^n) as n->infinity`  
kodunu kullanabilirsiniz.

1) Aşağıdaki dizilerin (varsa) limitini bulunuz

a)  $\frac{5n+7}{3n-1}$       b)  $\frac{n+1}{e^n}$       c)  $\frac{\sin n}{n^2}$       d)  $\frac{(-1)^n}{n}$       e)  $\frac{n!}{n^n}$ .

2)  $\{a_n\}$  dizisi:  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$ ,  $n = 1, 2, \dots$  eşitlikleri ile tanımlanıyor. Bu dizinin

a) artan,      b) üstten 3 ile sınırlı,      c) yakınsak ve limitinin 3 olduğunu gösteriniz.

3) Aşağıdaki dizilerin yakınsaklıklarını veya ıraksaklıklarını inceleyiniz. Yakınsak iseler limitlerini bulunuz.

a)  $a_n = \frac{\ln n}{n}$  (yak. ve lim = 0)      b)  $a_n = \frac{1}{\sqrt[n]{n}} + \frac{1}{\sqrt[n]{3}}$  (yak. ve lim = 1)

c)  $a_n = \frac{n!}{3^n}$  (ıraksak)      d)  $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$  (yak. ve lim = 1)

e)  $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2n}$  (yak. ve lim = 0)      f)  $a_n = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{n} & n \text{ tek ise} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{n} & n \text{ çift ise} \end{cases}$  (yak. ve lim =  $\frac{1}{2}$ )

g)  $a_n = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{1}{n} \right)$  (yak. ve lim = 0)      h)  $a_n = \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2}$  (yak. ve lim =  $\frac{1}{2}$ )

i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right) = ?$

j)  $a_n = \sqrt{n^2 + 3n} - n$  (yak. ve lim =  $\frac{3}{2}$ )

4) (Bonus Sorular) Aşağıdaki dizilerin limitlerini (eğer mevcutsa) bulunuz.

(a)  $a_n = \frac{1^n + 2^n + \dots + n^n}{n^n}$       (b)  $a_n = \sqrt[n]{n!}$

5)  $a_n = \frac{1}{n} \cos n$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin limitini bulunuz.

6)  $a_n = \frac{2n^2 - n - 1}{5n^2 + n - 3}$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin yakınsaklığını inceleyiniz.

7)  $a_n = \sqrt{n+1} - n$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin yakınsaklığını inceleyiniz.

8)  $a_n = n - \sqrt{n^2 - 4n}$ ,  $n = 4, 5, 6, \dots$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin yakınsaklığını inceleyiniz.

9)  $a_n = \left(\frac{n-3}{n}\right)^n$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin limitini bulunuz.

10)  $a_n = \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin limitini bulunuz.

11)  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$  olduğuna göre  $(a_n)$  dizisinin limitini bulunuz.

12)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2)\dots 2n}}{n} = \frac{4}{e}$  olduğunu gösteriniz.

13)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$  ifadesini hesaplayınız.

14) Genel terimi  $a_n = 2.\underbrace{999\dots 9}_n$  ile verilen  $(a_n)_{n=1,2,\dots}$  dizisinin yakınsak olup olmadığını araştırınız ve eğer yakınsak ise limitini bulunuz.