

ÇALIŞMA SORULARI

İntegralin Uygulamaları

- 1) Tabanı bir kenarı 5 birim olan bir kare ve yüksekliği 9 birim olan piramidin hacmini kesit yöntemi ile bulunuz. **Cevap:** 75
- 2) Tabanı $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$, $g(x) = -1 + \frac{x}{2}$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlı olan Ox eksenine dik düzlemler ile arakesiti eşkenar üçgen olan cismin hacmini kesit yöntemi ile bulunuz. **Cevap:** 1
- 3) Yarıçapı 3 olan kürenin hacmini kesit yöntemi ile bulunuz. **Cevap:** 36π
- 4) $y = x^3$, $y = 8$ ve $x = 0$ ile sınırlı olan bölgeyi y -ekseni çevresinde döndürerek elde edilen cismin hacmini disk yöntemi ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{96\pi}{5}$
- 5) $y = x^2 + 1$ parabolü $y = 0$, $x = 0$ ve $x = 1$ doğruları ile sınırlanan bölgenin $y = -1$ etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini disk yöntemi ile bulunuz.
- 6) $y = \frac{2}{x}$ eğrisi ile $x = 2$ ve $x = 6$ doğrularının sınırladığı bölge x -ekseni etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini disk metodu ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{4\pi}{3}$
- 7) $y = x^3$ eğrisi ile $y = -4x + 16$ doğrusu arasındaki alan x -ekseni etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini disk metodu ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{1280}{21}$
- 8) $y^2 = x$ eğrisi ile $y = 1$ ve $x = -1$ doğruları arasındaki alan $x = -1$ etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini disk yöntemi ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{13\pi}{15}$
- 9) $y = (x - 1)(x - 3)^2$ eğrisi ve x -ekseni ile sınırlanan bölgenin y eksenine etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini kabuk methodu ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{24\pi}{5}$
- 10) $y = x(\frac{1}{3})$ eğrisi $x = 8$ ve x -ekseni ile sınırlanan bölgenin x etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini kabuk yöntemi ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{9\pi}{5}$
- 11) $y = 2\sqrt{x - 1}$ ve $y = x - 1$ arasında kalan alanın $x = 6$ etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini kabuk metodu ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{272\pi}{15}$
- 12) $x = (y - 2)^2$ ve $y = x$ arasında kalan alanın $y = -1$ etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini kabuk yönetimi ile bulunuz. **Cevap:** $\frac{63\pi}{2}$

13) $y = 2x^2 - x^3$ ile $y = 0$ arasındaki alanın y eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini kabuk methodu ile hesaplayınız. **Cevap:** $\frac{16\pi}{5}$

14) $x = t^2$, $y = t^3$ eğrisinin $(1, 1)$ ve $(4, 8)$ noktaları arasındaki yayın uzunluğunu bulunuz. **Cevap:** $\frac{1}{3}(80\sqrt{10} - 13\sqrt{13})$

15) $y = \ln(\sec x)$ eğrisinin $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ aralığında kalan kısmının uzunluğu nedir? **Cevap:** $\ln(\sqrt{2} + 1)$

16) $x = \frac{y^2}{2}$ eğrisinin $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ aralığında kalan kısmının uzunluğunu bulunuz. **Cevap:** $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}))$

17) $\sqrt{9-x}$ fonksiyonun binom seri açılımındaki ilk 4 terimi bulunuz.

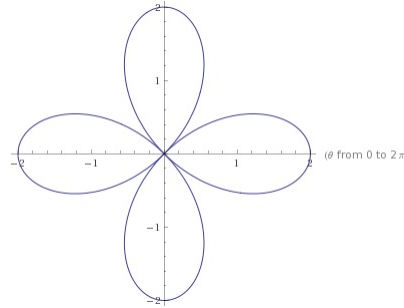
18) $(2x - 4)^4$ ün binom açılımını bulunuz.

Kutupsal Koordinatlar

1) Aşağıdaki kutupsal denklemleri verilen eğrileri çiziniz.

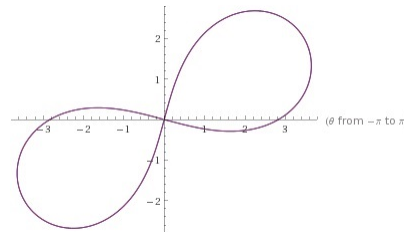
a) $r = 2 \cos 2\theta$

Cevap:



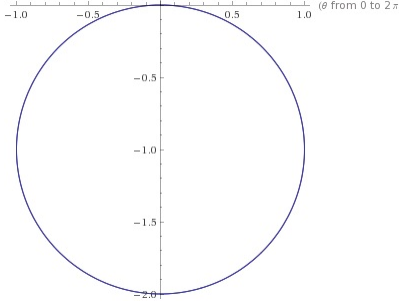
b) $r^2 = 16 \cos 2(\theta - \frac{\pi}{6})$

Cevap:



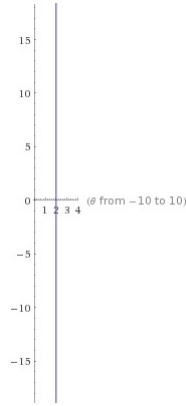
c) $r = -2 \sin(\theta)$

Cevap:



d) $r \cos(\theta) = 2$

Cevap:



2) $r = a$ çemberinin içinde ve $r = a(1 - \cos\theta)$ kardioidinin dışında kalan alanı bulunuz.

(Cevap: $a^2(2 - \frac{\pi}{4})$)

3) $r = 6\cos\theta$ çemberinin içinde $r = 2(1 + \cos\theta)$ kardioidinin dışında kalan alanı bulunuz.

(Cevap: 4π)

4) $r \cos\theta = 1$ doğrusunun sağında ve $r^2 = 2\sin(2\theta)$ eğrisi içinde kalan alanı hesaplayınız.

(Cevap: 0,0674)

5) Aşağıda verilen kutupsal eğrilerin verilen aralılarıdaki uzunlukları hesaplayınız.

a) $r = e^{3\theta}$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ (Cevap: $\frac{\sqrt{10}}{3}(e^{3\pi/2} - 1)$)

b) $r = \theta^2$, $0 \leq \theta \leq 1$ (Cevap: $\frac{1}{3}5^{3/2} - \frac{8}{3}$)

Diziler

1) Aşağıdaki dizilerin karakterini inceleyiniz. Yakınsak ise limitini bulunuz.

a) $a_n = \frac{3\sqrt{n}}{5\sqrt{n} + \sqrt[4]{n}}$ (Cevap: Yakınsak ve limit= $\frac{1}{5}$)

b) $a_n = (n + 4)^{\frac{1}{n}}$ (Cevap: Yakınsak ve limit=1)

c) $a_n = \cos n\pi$ (Cevap: İraksak)

d) $a_n = \frac{n^3 - 7n + 5}{100n^2 + 219}$ (Cevap: İraksak)

e) $a_n = \sqrt{n + 5\sqrt{n}} - \sqrt{n}$ (Cevap: Yakınsak ve limit= $\frac{5}{2}$)

Seriler

1. Aşağıdaki serilerin hangileri yakınsak hangileri iraksaktır? Yakınsak serilerin toplamlarını bulunuz.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2-1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2n!+1}$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{e}\right)^k$

(a- yakınsak, 1 b- iraksak c- yakınsak, $\frac{-1}{e+1}$)

2. Aşağıdaki serilerin hangileri yakınsar hangileri iraksar?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x+10}}$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} 2k^{-3/2}$

(a- yakınsak b- iraksak c- yakınsak)

3. Aşağıdaki serilerin hangileri yakınsar hangileri iraksar?

a) $\sum_{k=1}^{\infty} ke^{-k}$

$$\text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^{99}}$$

$$\text{c) } \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!p^k}{(k+1)^k}$$

(a- yakınsak b- ıraksak c- $p < e \Rightarrow yakınsak$, $p \geq e \Rightarrow ıraksak$)

4. Aşağıdaki serilerin hangileri yakınsar hangileri ıraksar?

$$\text{a) } \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{k}\right)^{k^2}$$

$$\text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} ke^{-k}$$

$$\text{c) } \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt[k]{k} - 1\right)^{2k}$$

(a- ıraksak b- yakınsak c- yakınsak)

5. Aşağıdaki serilerin hangileri yakınsar hangileri ıraksar?

$$\text{a) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k - \sqrt{k}}$$

$$\text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{e^k - 1}$$

$$\text{c) } \sum_{k=1}^{\infty} \sin^2\left(\frac{1}{k}\right)$$

(a- ıraksak b- yakınsak c- yakınsak)

Seriler:

Mutlak ve Şartlı Yak, Alterne, Kuvvet Serileri, Taylor ve Maclaurin

1) Aşağıdaki kuvvet serilerinin yakınsaklık kümelerini ve yakınsaklık yarıçaplarını bulunuz.

i. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \quad ((-\infty, \infty), R = \infty)$

ii. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x-2)^k}{4^k} \quad ((-2, 6), R = 4)$

iii. $\sum_{k=1}^{\infty} k! x^k \quad ((x = 0), R = 0)$

iv. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-2)^k}{\sqrt{k}} \quad ([1, 3), R = 1)$

2) Aşağıdaki serilerin yakınsaklık veya ıraksaklıklarını belirleyiniz.

i. $\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{\ln k}{k^2} \quad (\text{yak.})$

ii. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k!}{k^k} \quad (\text{yak.})$

iii. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k \sin\left(\frac{1}{k}\right) \quad (\text{ırak.})$

3) Aşağıdaki serilerin yakınsaklık türlerini belirleyiniz.

i. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \tan^{-1}(k)}{k^3} \quad (\text{mut. yak.})$

ii. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} e^k}{(k+1)!} \quad (\text{mut. yak.})$

iii. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k^2}{\sqrt{k^6+1}} \quad (\text{şart. yak})$

4) Aşağıdaki fonksiyonların verilen noktadaki Taylor seri açılımını bulunuz.

i. $x^4 + x - 2$ fonksiyonunun $x = 1$ deki; $(5(x-1) + 6(x-1)^2 + 4(x-1)^3 + (x-1)^4)$

ii. $x^4 e^{-3x^2}$ fonksiyonunun $x = 0$ etrafındaki; $(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^k x^{2k+4}}{k!})$

5) Aşağıdaki fonksiyonların Maclaurin Serilerini bulunuz.

i. $x \sin(x) \quad (x^2 - \frac{x^4}{3!} + \frac{x^6}{5!} - \dots)$

ii. $\ln(1+x) \quad (x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots)$

6) Aşağıdaki fonksiyonların $x = 0$ 'daki Taylor serisini bulunuz ve yakınsaklık aralığını belirtiniz.

i. $f(x) = \ln(x+1) \quad (-1, 1]$

ii. $f(x) = \frac{1}{1-x} \quad (-1, 1)$