

MAT 101-MATEMATİK I (2017-2018 GÜZ DÖNEMİ)
FİNAL ÇALIŞMA SORULARI

1. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız (Çözüm bağlantılarındaki "Step-by-step solution" kısmı ipucu verir!)...

$$(a) \int e^{\sqrt{x}} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{e^x}{e^{2x}-1} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \ln(4x^2 - 4x + 2) dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int y^3 \cos(y^2) dy \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{x}{1+x^4} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \sqrt{\frac{\sin x}{\cos^5 x}} dx \quad \text{Çöz } \odot \odot$$

$$\int \ln(x+x^2) dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{x^{11}}{(x^8+1)^2} dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$(b) \int \frac{3x}{x^3-1} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{3x^2+x+4}{x(x^2+2)^2} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{dz}{z^2(1+z^2)} \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int \frac{1}{e^x-1} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{x^5-x^3+1}{x^3+2x^2} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$(c) \int \sin^3 x \cos^2 x dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \cos^2 x dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x \sec^2 x dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \tan^3 x \sec x dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$(d) \int \frac{1}{x^2\sqrt{9-x^2}} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int \frac{x^3}{(4x^2+9)^{\frac{3}{2}}} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{x}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{dx}{x^2+4x+6} \quad \text{Çöz } \odot$$

$$(e) \int \frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt[3]{x-1}+1} dx \quad \text{Çöz } \odot \odot \quad \int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt[3]{x+1}} dx \quad \text{Çöz } \odot \odot \quad \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int \frac{dx}{\sin x + \tan x} \quad \text{Çöz } \odot$$

$$(f) \int \frac{1}{1+\cos x} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{dx}{3\sin x + 2\cos x + 2} \quad \text{Çöz } \odot \quad \int \frac{1+\sin x}{\cos x(1+\cos x)} dx \quad \text{Çöz } \odot$$

2. Aşağıdaki has olmayan (improper) integrallerin yakınsak/ıraksak olup olmadığını belirleyiniz.

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^4} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt{x}}} \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int_0^1 \ln x dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_0^{\infty} \frac{x+1}{2x^3+1} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_1^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int_{39}^{\infty} \frac{e^{-x} dx}{1+x^2} \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_0^1 \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx \quad \text{Çöz } \odot \odot$$

$$(b) \int_0^{\infty} \frac{1}{x \sin x} dx \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_{39}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})} dx \quad \text{Çöz } \odot$$

$$\int_{-\infty}^{39} \frac{e^{-x} dx}{1+x^2} \quad \text{Çöz } \odot \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x} dx}{1+x^2} \quad \text{Çöz } \odot$$

$$(c) \int_0^{\pi} \frac{2x+3}{2x^3-8x} dx \quad \text{Çöz } \odot \odot \odot \quad \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^3 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-3}} \quad \text{Çöz } \odot \odot$$

3. $f(x)$ fonksiyonu ve onun türevleri hakkında aşağıdaki bilgiler veriliyor:

$$f'(-3) = f'(0) = f'(3) = 0, \quad f''(-\sqrt{3}) = f''(\sqrt{3}) = 0,$$

$$f'(x) < 0, \text{ eğer } -3 < x < 0 \text{ ve } x > 3; \quad f'(x) > 0, \text{ eğer } x < 3 \text{ ve } 0 < x < 3,$$

$$f''(x) < 0, \text{ eğer } x < -\sqrt{3} \text{ ve } x > \sqrt{3}; \quad f''(x) > 0, \text{ eğer } -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}.$$

- (a) $f(x)$ fonksiyonunun kritik ve büküm noktalarını bul.
 (b) $f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bul.
 (c) $f(x)$ fonksiyonunun büyüklüğünü belirle.
 (d) $f(x)$ fonksiyonunun yerel (local) ekstrem (maksimum/minimum) değerlerini bul.
4. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini birinci ve ikinci türevlerini kullanarak çiziniz. (Fonksiyonların tanım kümelerini, artan/azalan oldukları aralıkları, maksimum/minimum değerlerini, içbükey/dışbükey oldukları aralıkları, büküm noktalarını ve (eğer varsa) asimptotlarını belirtiniz.)

(a) $f(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ Çöz ☺ $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ Çöz ☺ $f(x) = \frac{x^2-1}{x-2}$ Çöz ☺

(b) $f(x) = x \ln x$ Çöz ☺ $f(x) = x^2 e^{-x}$ Çöz ☺ $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^3}$ Çöz ☺

$f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$ Çöz ☺

5. Maksimum-Minimum

- (a) Alanı 1000 m^2 olan dikdörtgenler içinde, çevre uzunluğu en küçük olanının boyutları kaçtır? Çöz ☺
 (b) $x^2 + 4y^2 = 36$ elipsi içine çizilen ve alanı en büyük olan dikdörtgenin boyutları kaçtır? Çöz ☺
 (c) Çarpımları 12, toplamları maksimum olan iki pozitif **tam sayıyı** bulunuz. Çöz ☺☺
 (d) Çarpımları 36, toplamları maksimum olan iki pozitif **tam sayıyı** bulunuz. Çöz ☺☺
6. Aşağıdaki limitleri (eğer varsa) bulunuz. Eğer gerekliyse L'Hopital kullanabilirsiniz.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}$ Çöz ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x+1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ Çöz ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - \sin x}{3 \sin x + 5x}$ Çöz ☺

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{12x^2}$ Çöz ☺ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ Çöz ☺ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 2x - 4}{3x^2 - 1}$ Çöz ☺
 Çöz ☺ Çöz ☺ Çöz ☺

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{x+1}{x} \right)$ Çöz ☺☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{1+x^2}$ Çöz ☺ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\ln x}$ Çöz ☺

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/\ln x}$ Çöz ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x^3}}{9^{x^2}}$ Çöz ☺

7. A , $x = -1$ den $x = 2$ ye kadar $f(x) = 1 + x^2$ eğrisinin altında kalan alan olsun.

- (a) Üç dikdörtgen ve dikdörtgenlerin sağ uç noktalarını kullanarak A yı yaklaşık olarak bulunuz. Altı dikdörtgen kullanarak sonucu iyileştiriniz.
 (b) (a) da yapılanları sol uç noktaları kullanarak yapınız.
 (c) (a) da yapılanları orta noktaları kullanarak yapınız.
8. Ortalama değer teoremini kullanarak aşağıdaki fonksiyonların sadece bir reel kökü olduğunu gösteriniz.

(a) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x - 2$

(b) $f(x) = x^3 + 2x - \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$